

GUIADO, NAVEGACIÓN Y CONTROL PARA ÓRBITAS EN TORNO A UN ASTEROIDE CON ESTIMACIÓN IN-SITU DE PARÁMETROS GRAVITATORIOS

J.C. Sanchez¹, R. Vazquez¹, J.D. Biggs², F. Bernelli-Zazzera², ¹Universidad de Sevilla (jsanchezm@us.es, rvazquez1@us.es), ²Politecnico di Milano (jamesdouglas.biggs@polimi.it, franco.bernelli@polimi.it)

Introducción: La exploración de pequeños objetos celestes, como asteroides y cometas, permite mejorar la comprensión sobre el pasado evolutivo del Sistema Solar y de los procesos planetarios [1]. Actualmente, se están llevando a cabo misiones de recogida de muestra a los asteroides 101955 Bennu (OSIRIS-REX) [2] y 162173 Ryugu (Hayabusa 2) [3].

Los cuerpos celestes pequeños se caracterizan por generar un campo gravitatorio no homogéneo que hace diferir el movimiento de la sonda de la dinámica Kepleriana [4]. En particular, suelen existir trayectorias naturales de escape y colisión. Lo anterior dificulta el mantenimiento de órbita en las proximidades de un asteroide al requerirse un control activo o insertarse en las denominadas *frozen orbits* que permiten mantener ciertos parámetros orbitales constantes en promedio [5]. Sin embargo, la determinación de dichas órbitas requiere conocer con exactitud el campo gravitatorio del asteroide o cometa.

Habitualmente, antes de la llegada de la sonda, la información disponible sobre el cuerpo es escasa (órbita, rotación y orientación polar) si no ha sido visitado con anterioridad. En concreto, la determinación del campo gravitatorio requiere mantener una órbita lo suficientemente cercana a la superficie del objeto para maximizar el impacto de la no homogeneidad del campo gravitatorio sobre las medidas. Posteriormente, la sonda envía sus mediciones al centro de control terrestre donde son procesadas con objeto de inferir los parámetros gravitatorios del asteroide o cometa [6].

El objetivo de este trabajo es automatizar el proceso anterior mediante la estimación in-situ de la gravedad del asteroide [7]. Para ello, se diseña un esquema de guiado, navegación y control (GNC) que mantiene de forma activa la órbita y actitud de la sonda mientras se lleva a cabo la estimación gravitatoria. El estado y la gravedad son estimados de forma conjunta por el filtro de navegación. Por otra parte, el guiado y control de la sonda se basa en la generación de una referencia ficticia cuasi-natural que es posteriormente mantenida un algoritmo de control predictivo basado en modelo [8].

Recientemente, con el auge de la arquitectura CubeSat, es factible emplear constelaciones de pequeños satélites que de forma coordinada persiguen un objetivo común [9]. Bajo dicho concepto, este trabajo también explora dicho concepto en la estimación gravitatoria para luego comparar los resultados con respecto a misiones mono satelitales.

Modelo dinámico: se considera un satélite en la vecindad de un asteroide rotando uniformemente respecto a su eje mayor de inercia, ver Figura 1.

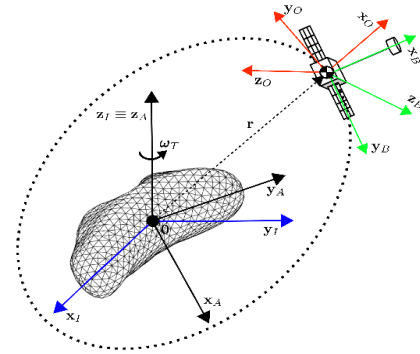


Figura 1: sistemas de referencia ($I \equiv$ inercial, $A \equiv$ asteroide, $O \equiv$ órbita, $B \equiv$ cuerpo).

Dinámica orbital. Se emplean elementos equinocciales modificados, $\mathbf{x}_{orb} = [p, f, g, h, k, L]^T$, con las ecuaciones variacionales de Gauss

$$\dot{\mathbf{x}}_{orb} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{orb}, \mathbf{F}_p, \mathbf{F}_u), \quad (1)$$

donde \mathbf{F}_p es la aceleración de perturbación no Kepleriana y \mathbf{F}_u la aceleración de control. La única perturbación a considerar es la no homogeneidad del campo gravitatorio modelada en términos de los esféricos armónicos

$$\mathbf{F}_p = \sum_{i=2}^{l_{max}} \sum_{j=0}^i \frac{\mu}{r^2} \left(\frac{R_e}{r}\right)^2 \mathbf{P}(\lambda, \phi, C_{ij}, S_{ij}), \quad (2)$$

donde $\{C_{ij}, S_{ij}\}$ parametrizan el campo gravitatorio.

Dinámica de actitud. Se emplea los parámetros modificados de Rodrigues $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3]^T$ para describir la orientación. En consecuencia:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}(\boldsymbol{\sigma})\boldsymbol{\omega}, \quad (3)$$

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{T}_p + \mathbf{T}_u - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}, \quad (4)$$

donde \mathbf{T}_p es el torque de perturbación y \mathbf{T}_u el torque de control. El torque de perturbación se modela asumiendo la sonda como un conjunto de masas puntuales

$$\mathbf{T}_p = \sum_{l=1}^{l_{max}} m_l \Delta \mathbf{r}_l \times \mathbf{F}_g(\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}_l, \boldsymbol{\sigma}), \quad (5)$$

donde se suma la contribución al torque de cada masa individual. El estado de actitud queda definido como $\mathbf{x}_{att} = [\boldsymbol{\sigma}^T, \boldsymbol{\omega}^T]^T$.

Guiado, navegación y control:

Navegación. La estrategia de navegación se compone de un filtro de actitud y otro de órbita. El algoritmo implementado es el filtro de Kalman en modo *unscented* (UKF) con estimación de ruido del proceso. Dicho algoritmos hacen una estimación del

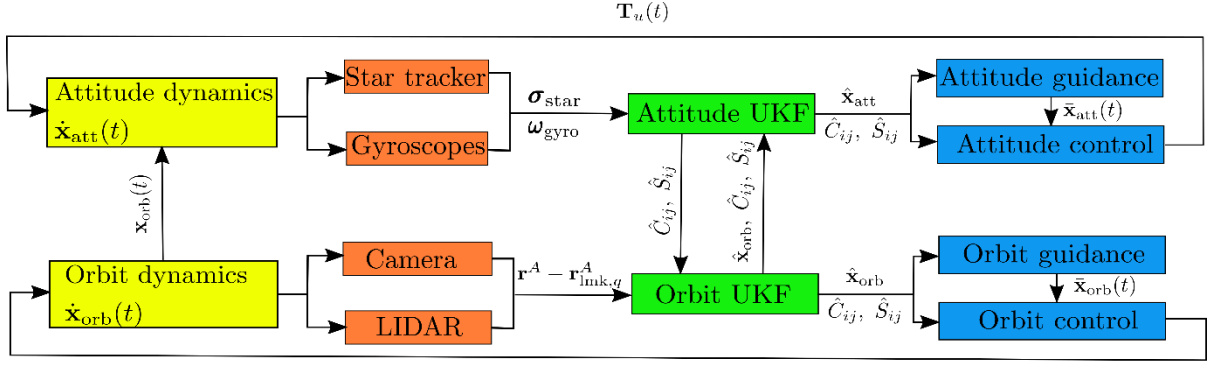


Figura 2: esquema de guiado, navegación y control para una sonda individual.

estado extendido definido como $\mathbf{y}_{orb} = [\mathbf{x}_{orb}^T, C_{ij}, S_{ij}]^T$ en el caso órbita e $\mathbf{y}_{att} = [\mathbf{x}_{att}^T, C_{ij}, S_{ij}, \Delta\omega_{gyro}^T]^T$ en el caso de la actitud. De esta forma, se obtiene una estimación de los parámetros gravitatorios. Si se considera una constelación de sondas orbitando el asteroide, podría obtenerse una estimación única del campo gravitatorio promediando cada contribución individual

$$\hat{C}_{ij} = \sum_{\eta=1}^{\eta_{max}} \frac{\hat{C}_{ij}^{[\eta]}}{\eta_{max}}, \quad \hat{S}_{ij} = \sum_{\eta=1}^{\eta_{max}} \frac{\hat{S}_{ij}^{[\eta]}}{\eta_{max}}, \quad (6)$$

lo cual permite tener en cuenta toda la información disponible así como evitar potenciales valores extremos. En lo referente a sensores se considera cada sonda equipada con una cámara y un dispositivo LIDAR para la navegación orbital. De forma simplificada, la combinación de dichos sensores es capaz de proveer distancia relativa entre la sonda y puntos distintivos (*landmarks*) en la superficie del asteroide. Por otra parte, para la actitud se considera un rastreador de estrellas y giróscopos. Es por ello que se ha de estimar la desviación del giróscopo, $\Delta\omega_{gyro}$, en el filtro de actitud.

Guiado. El objetivo del algoritmo de guiado es generar una referencia que pueda ser posteriormente mantenida por el algoritmo de control. Con objeto de reducir la acción de control es deseable que esta referencia sea lo más natural posible. Para llevar a cabo la estimación gravitatoria los dos requisitos son el mantenimiento de una órbita cerrada así como el garantizar el apuntamiento de los dispositivos ópticos a la superficie del asteroide. Lo anterior conlleva la siguiente referencia

$$\{\bar{a}, \bar{e}\} \equiv \text{cte} \rightarrow \{\bar{p}, \bar{f}, \bar{g}\} \equiv \text{cte}, \\ \bar{\sigma}_{B/O} \equiv \text{cte} \rightarrow \bar{\omega}(t) = \omega_{0/I}(t),$$

donde la condición de órbita cerrada conlleva que tres de los elementos equinocciales queden fijados. El mantenimiento de una actitud constante con respecto a ejes órbita conlleva que la velocidad angular en ejes cuerpo tenga que ser exactamente igual a la velocidad angular de los ejes órbita. La referencia de los restantes elementos equinocciales

evolucionan de una forma cuasi-natural ficticia (al asumirse que con un control nulo se puede mantener la referencia de los elementos a controlar) tal que

$$\begin{aligned} \dot{\bar{p}} = \dot{\bar{f}} = \dot{\bar{g}} = 0, \quad \dot{\bar{h}} = (\bar{\mathbf{x}}_{orb}, \bar{\mathbf{F}}_p, 0), \\ \dot{\bar{k}} = (\bar{\mathbf{x}}_{orb}, \bar{\mathbf{F}}_p, 0), \\ \dot{\bar{L}} = (\bar{\mathbf{x}}_{orb}, \bar{\mathbf{F}}_p, 0), \end{aligned} \quad (8)$$

por tanto la referencia varía con el tiempo tal que $\bar{\mathbf{x}}_{orb}(t) = [\bar{p}, \bar{f}, \bar{g}, \bar{h}(t), \bar{k}(t), \bar{L}(t)]^T$. De igual forma la referencia de actitud es $\bar{\mathbf{x}}_{att}(t) = [\bar{\sigma}_{B/O}^T, \bar{\omega}^T(t)]^T$

Control. La misión del algoritmo de control es calcular una aceleración y torque de control que haga que el estado de la sonda siga las referencias anteriormente generadas. Para ello se plantea un problema de optimización donde se minimiza una media ponderada del error, $\Delta\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}(t)$, con la acción de control. Linealizando la dinámica del problema respecto a la referencia de guiado y discretizando se obtiene el siguiente problema de optimización cuadrática tanto para el caso de órbita como de actitud:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k} \sum_{k=1}^N \gamma \Delta\mathbf{x}_k^T \mathbf{W} \Delta\mathbf{x}_k + \mathbf{u}_k^T \mathbf{u}_k, \\ \text{s.t. } \Delta\mathbf{x}_k = \Phi(t_k, t_0) \Delta\mathbf{x}_0 + \Delta\bar{\mathbf{x}}_k \\ + \sum_{i=1}^k \Phi(t_k, t_i) \left(\int_{t_{i-1}}^{t_i} \Phi(t_i, \tau) \mathbf{B}(\tau) d\tau \right) \mathbf{u}_i, \\ -\mathbf{u}_{max} \leq \mathbf{u}_k \leq \mathbf{u}_{max}, \\ \mathbf{u}_{k,h} = 0 \text{ para control órbita,} \end{aligned}$$

donde se hace uso de la matriz de transición entre estados, Φ , para tratar la dinámica de forma discreta. El término γ es un peso que pondera la importancia relativa del seguimiento de la referencia respecto al esfuerzo de control. La matriz \mathbf{W} se encarga de seleccionar las variables a controlar: $\{p, f, g\}$ en el caso órbita y $\bar{\sigma}_{B/O}$ en el caso de la actitud. Nótese que para el caso orbital se restringe la componente de control fuera del plano orbital con objeto de no efectuar acciones de control que pudieran ser eficientes a corto plazo (por el acoplamiento entre distintos elementos orbitales) pero no a largo (la forma de la órbita está dominada por el control en el plano orbital).

Resultados: se considera el asteroide 433 Eros con un modelo gravitatorio de decimocuarto orden. Los filtros de órbita y actitud estiman gravedad hasta cuarto y segundo orden respectivamente. Cada satélite se compone de cinco masas puntuales de 200 kg cada una dando lugar a $\{J_{11}, J_{22}, J_{33}\} = \{2, 16.4, 17.6\} \text{ t} \cdot \text{m}^2$. Las características de los sensores embarcados son las siguientes:

Sensor	Variable	Media	Desviación
Óptico	$\mathbf{r} - \mathbf{r}_{lmk}$	0 m	5 m
Seguidor de estrellas	θ_{rot}	0 arcsec	5 arcsec
Giróscopo	$\boldsymbol{\omega}_{gyro}$	5 °/h	0.05 °/h

Tabla 1: datos de sensores embarcados.

Las constelaciones se componen de sondas que intentan mantener órbitas circulares de entre 28-44 km de radio. Los resultados para una constelación compuesta de 9 satélites se muestran en Figura 3 Figura 7.

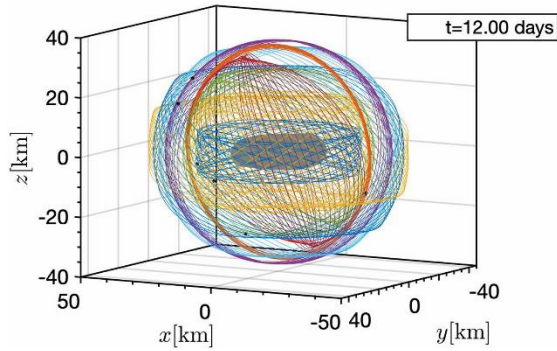


Figura 3: trayectorias de la constelación.

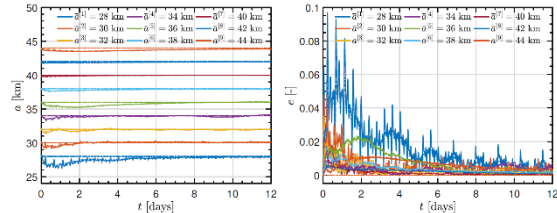


Figura 4: semieje mayor y excentricidad.

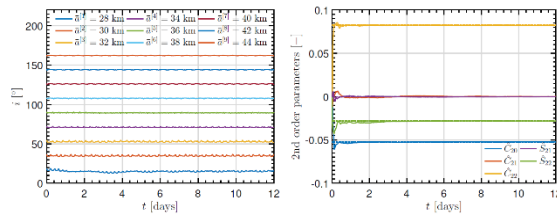


Figura 5: inclinación y gravedad de segundo orden.

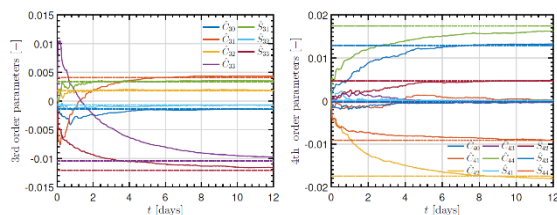


Figura 6: gravedad de tercer y cuarto orden.

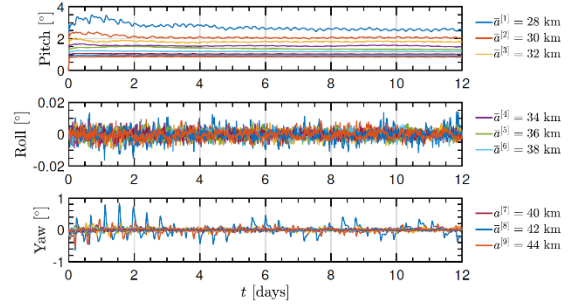


Figura 7: actitud.

Las Figura 3 Figura 4 muestran el cumplimiento del objetivo de control orbital al mantenerse órbitas cerradas. La Figura 5 muestra que la inclinación del plano orbital permanece constante mientras que la gravedad de segundo orden se estima con bastante precisión. En Figura 6 la gravedad de tercer y cuarto orden presentan resultados menos precisos en su estimación si bien se tiende a seguir los valores reales. La Figura 7 muestra el cumplimiento en promedio del mantenimiento de una orientación estacionaria de cada satélite. Finalmente, la Tabla 2 muestra el porcentaje de parámetros gravitatorios en los que se mejoraba su estimación con el concepto constelación (3, 5, 7, 9 satélites) respecto a misiones mono satelitales (5 escenarios con diferentes inclinaciones orbitales). En los casos no hubo mejora, solo un 10% de los de 4º orden empeoraron con el concepto constelación.

Gravedad	Precisión	Convergencia
2º orden	100%	100%
3º orden	75%	50%
4º orden	80%	40%

Tabla 2: porcentaje de parámetros gravitatorios significativos con mejora en su estimación.

Conclusiones: se ha presentado una arquitectura GNC que permite la estimación de la gravedad de un asteroide. Los algoritmos GNC se basan en el filtro de Kalman *unscented* y el control predictivo. También se ha explorado el concepto de usar una constelación, en lugar de una misión mono satelital, lo cual mejora los resultados en la estimación gravitatoria. Se deja como trabajo futuro el robustificar el algoritmo frente a incertidumbres.

Reconocimientos: Los autores agradecen a la Universidad de Sevilla mediante su V Plan Propio de Investigación (PP2016-6975) y al Ministerio de Ciencia e Innovación (PGC2018-100680-B-C21) por financiar este trabajo.

Referencias: [1] Castillo-Rogez, J.C. et al. (2012) *IEEE AeroConf.* [2] Berry, K. et al. (2013) *AAS GNC*. [3] Watanabe S. et al. (2017) *Space Sci. Rev.*, 208, 1–14. [4] Ceccaroni, M., Biggs J.D. (2013) *Icarus*, 1, 74-85. [5] Jiang Y. et al. (2016) *Astron. J.*, 152(5), 137-147. [6] Miller J.K. et al., (2002) *Icarus*, 150, 3-17. [7] Biggs J.D., Ciccarelli, E. (2019) *5th ISSS*. [8] Gavilan, F. et al. (2012) *CEP*, 20(2), 111-122. [9] Stacey, N., D'Amico S. (2018) *AAS/AIAA ASC*.